

## § 12. 永年平衡 Secular equilibrium

前節の最後に述べた対流核と輻射 envelope との間に組成の違いがあるかも知れないという可能性は、詳しく考察すれば、大抵の恒星できっと起こっているに違いない。何故なら炭素循環が働いている恒星の対流核では  ${}_6\text{C}^{12}$ ,  ${}_6\text{C}^{13}$ ,  ${}_7\text{N}^{14}$ ,  ${}_7\text{N}^{15}$  などの原子核は永年平衡の状態にあるに違いないからである。即ち、それらの原子核はそれぞれの平均寿命に比例する数で存在するに違いない。太陽の内部での条件では、それらは次のような比になる。表 14.10 から

$$\begin{aligned}
 T &= 2 \times 10^7 \text{ K}, \quad \rho X = 30 \text{ gr/cc} \text{ とすれば} \\
 {}_7\text{N}^{14} : {}_7\text{N}^{15} : {}_6\text{C}^{12} : {}_6\text{C}^{13} \\
 &= 2.2 \times 10^6 : 520 : 1.2 \times 10^5 : < 2.8 \times 10^4 \\
 &= 1 : 2.4 \times 10^{-4} : 5 \times 10^{-2} : < 1.3 \times 10^{-2}
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
 T &= 1.6 \times 10^7 \text{ K}, \quad \rho X = 120 \text{ gr/cc} \text{ とすれば} \\
 {}_7\text{N}^{14} : {}_7\text{N}^{15} : {}_6\text{C}^{12} : {}_6\text{C}^{13} \\
 &= 4.1 \times 10^7 : 9.5 \times 10^3 : 1.3 \times 10^6 : < 2.5 \times 10^5 \\
 &= 1 : 2.3 \times 10^{-4} : 3 \times 10^{-2} : < 6 \times 10^{-3}
 \end{aligned} \tag{1}$$

このような比で存在するに違いない。これらを地球上その他で見られる比

$$\begin{aligned}
 {}_7\text{N}^{14} : {}_7\text{N}^{15} : {}_6\text{C}^{12} : {}_6\text{C}^{13} \\
 = 1 : 4 \times 10^{-3} : 1 : 10^{-2}
 \end{aligned} \tag{2}$$

と比較してみよう。

更に  ${}_1\text{D}^2$ ,  ${}_2\text{He}^3$ ,  ${}_3\text{Li}^6$ ,  ${}_3\text{Li}^7$ ,  ${}_4\text{Be}^9$ ,  ${}_5\text{B}^{10}$ ,  ${}_5\text{B}^{11}$  などの軽い原子核は相互に変換される原子核反応で平均寿命が極めて短いため、主系列星の内部では実際に存在しない筈だということを知っているが、これらの元素の幾つかは同じ恒星の大気では明らかに存在することが検出されている。

このように核の化学組成が、詳しく言えば、envelope のものと異なっている

と結論せざるを得ない. そして“原子核反応の time scale”として推定された  $4.5 \times 10^9$  年 (§ 6.15) という観点からすれば, この期間中に炭素循環は何回も循環するので,  $X, Y$  値が核と envelope とで異なっている可能性も考慮しなければならない. しかし, この相異が原子核反応の結果であるとすれば

$$X_e + Y_e = X_c + Y_c ; \quad X_e > X_c ; \quad Y_e < Y_c \quad (3)$$

でなければならない. e, c はそれぞれ envelope, 核 core を示している. このように水素, ヘリウム量が異なれば平均分子量  $\mu$  (2.15) も当然異なってくる.

このような対流 core と輻射 envelope との境界面での  $\mu$  の不連続は, 境界面の物理条件に関して興味ある問題を提供する. 恒星の内部では明らかに圧力  $P$  と温度  $T$  は連続的でなければならないから,  $p_g = \rho kT / \mu H$  により,  $\mu$  の不連続は密度  $\rho$  の不連続を意味し, 境界面 ( $r = r_i$ ) の両側  $r_{i-o}$  (core 側),  $r_{i+o}$  (envelope 側) での不連続の比は

$$\rho(r_{i+o}) / \rho(r_{i-o}) = \mu(r_{i+o}) / \mu(r_{i-o}) \quad (4)$$

となっている.

更にこの境界では Hoyle & Lyttleton が指摘した条件がある. それは(3.12)式から出てくるもので, その式によれば

$$\kappa \{d \log P / d \log T\} = 4 \{ \bar{\kappa} \bar{\eta}(r) / \eta(r) \} \quad (5)$$

この式の右辺は  $\eta(r)$ ,  $\bar{\kappa} \bar{\eta}(r)$  の性質から普通は不連続にならない. 唯一の例外は, 恒星の内部のどこかの点の面上 (実質的には, ある薄い球面層) で, エネルギーが非常に効果的に生成され, この点で  $L(r)$  が不連続になる場合に限って起こる (後程, この不連続の可能性も出てくるが). これまでの話ではそのような  $L(r)$  の不連続を想定してないので, 左辺の  $\kappa d \log P / d \log T$  は境界面で連続でなければならない. (§ 5.5) で定義した有効ポリトロプ指数 effective polytropic index  $n_{\text{eff}}$  を用いれば,  $d \log P / d \log T = (n_{\text{eff}} + 1)$  だから, 境界面で

の  $\kappa d \log P / d \log T$  の連続性は

$$[\kappa(n_{\text{eff}} + 1)]_{r_{i+o}} = [\kappa(n_{\text{eff}} + 1)]_{r_{i-o}} \quad (6)$$

と表わせる。(§5.8), (§5.4)の不透明度 opacity  $\kappa$  の表示を用いると, この条件は境界面で  $X, Y, \mu$  が不連続になっても

$$(n_{\text{eff}} + 1) \mu^{1-\alpha} (1 + X)(1 - X - Y) \quad (7)$$

は連続だということになる.

対流 core と輻射 envelope との境界面で(3), (4), (6)の条件を矛盾なく満たすような恒星モデルを作る問題は Ledoux によって見事に解決されたが, それは幾つかのデリケートな問題を提起する. 彼の考えは幾分複雑過ぎて, ここでは述べられないが, 非常に重要なので, 結果だけを述べておこう.

Ledoux は不透明度の Kramers の法則

$$\kappa = 10^{25} (1 + X)(1 - X - Y) \rho T^{-3.5} \quad (8)$$

を仮定して質量-光度関係, エネルギー生成の両方程式を満たすような太陽のモデルを計算したが, それは次のような性質を持っている.

輻射 envelope では  $X_e = 0.56, Y_e = 0.40$  である.

対流 core は質量の 15.5% を含み, 2 つの部分から成る. 中心部は質量の 15.1% を含み, そこでは  $X_c = 0.26, Y_c = 0.70$  である.

遷移領域は質量の 0.4% を含み, ここでは  $\mu$  が徐々に減少する. 境界面のすぐ内側とすぐ外側の  $\mu$  の値の比は 1.345 である. core と envelope の主要部に対する  $\mu$  の値の比は  $\mu_c / \mu_e = 1.352$  である.

この Ledoux のモデルで興味があるのは次の点である. もし, 最初に, core と envelope の水素とヘリウムの量が同じであったと考えれば, 太陽はその過去に

において core の水素量が 56 % から 26 % に減少するだけ，H→He 変換をしたのだと結論せねばならない．この減少は

$$t = (M_{\odot}/L_{\odot}) \times 0.155 \times (0.0071c^2) \times (0.56 - 0.26) \\ \sim 5 \times 10^9 \text{ year} \quad (9)$$

の期間で起こったことになる．これは文字通り太陽の年齢である．

勿論 Ledoux の作業モデルの示す特別な数値を余り信用し過ぎてはいけないのは明らかである．彼の計算での興味は，考え得るタイム・スケールの中に core と envelope との水素，ヘリウム量にかなりの変化が起こり得るという事実にあるので，このことは，実際的には，一般的な基礎の上に予想されたことであった (§6 参照)．従って Ledoux の計算が修正され，他の恒星にまで拡張されることが大切で，そうして初めて主系列星全体が同年齢であるか否かを確定できるようになるのである．