§16. 縮退の判別

温度Tの自由電子の集合を考える．もし理想気体の状態方程式が成り立てば電子圧は

$$p_e = (k/\mu_e H)\rho T \tag{1}$$

で与えられる．ここでμ_eは(14.6)式と同じ意味を持っている．今，(1.30)と同様に

$$P = p_e + (1/3)aT^4,\ \beta_e = p_e/P \tag{2}$$

と置けば(1.31)のように

$$p_e = [(k/\mu_e H)^4 (3/a)\{(1-\beta_e)/\beta_e\}]^{1/3} \rho^{4/3} \tag{3}$$

となる．ここで(14.19)，(14.20)で行なったように$\rho = Bx^3$と書けば(3)は

$$p_e = A[(512\pi k^4/ah^3c^3)\{(1-\beta_e)/\beta_e\}]^{1/3} 2x^4 \tag{4}$$

となる．ここでAは(14.17)と同じ意味である．(1.38)で与えたaの値を用いると，この式は簡単になって

$$p_e = A[(960/\pi^4)\{(1-\beta_e)/\beta_e\}]^{1/3}\ 2x^4 \tag{5}$$

次に，同じ電子の集合に対して，縮退公式，即ち

$$p_e = Af(x) \tag{6}$$

で与えられる電子圧が計算できる．さて$f(x)$の定義から(14.17)，(14.18)を参照し

$$f(x) = 2x^4 \quad (\text{for } x < \infty) \tag{7}$$

が得られる．従って，(5)，(6)式を比較して，もし，ある決められたρとTとで理想気体の方程式(1)に基づいて計算されるβ_eの値が

$$(960/\pi^4)\{(1-\beta_e)/\beta_e\} \geq 1 \tag{8}$$

であったとすれば，この決められたρとTに対してだけでなく，同じβ_eが得られるρとTの全ての値に対しても又，理想気体公式による圧力が縮退公式による圧力より大きくなるだろうと結論できる．

不等式(8)は

$$1-\beta_e \geq 0.092\ 12 \tag{9}$$

と同じだから，以上から(9)式が成立つ時は常に物質は決して縮退できない．

この結果は次節に述べる恒星の生涯の最終段階と関連がある．縮退状態になるには質量の上限M_3があることは既に述べたが，M_3を越える大質量の恒星の中には，あたかも爆発的な最期（超新星）を予知して，その運命から身を守るために物質の放出によって自分の質量を減少させているかのように思われる恒星がある（ウォルフ・ライエ星 Wolf-Rayet star は300~500 km/secで物質を流出している）．大質量の恒星は，如何にして自分の将来が安定な縮退状態になり得ないことを予知し，身を守ろうとするのであろうか。

その理由はこうだ．縮退状態になり得ないような大質量の恒星の中では，輻射圧の占める割合が無視できなくなり，輻射圧によって恒星から物質が流出し，恒星は質量を減らすことになる．

全く一般的に，ある決まったρとTの物質が縮退しているか否かは次のような方法で確かめられる．

与えられたρとTに対して(1)，(2)によってβ_eを計算する．もし$1-\beta_e$が

0.092 12を越えれば，この物質は縮退し得ない(9)．しかし，$1-\beta_e <$ 0.092 12であるならば，この時

$$[(960/\pi^4)\{(1-\beta_e)/\beta_e\}]^{1/3} = f(x)/2x^4 \qquad (10)$$

は一義的な解を持つだろう．その解を$x = x'$とする．もし，決められたρがBx'^3より著しく小さければ電子気体は縮退していないだろう．しかし，もし$\rho \gg Bx'^3$であれば電子気体は縮退しているだろう．実際問題として縮退に対する判別式は

$$\rho \geq Bx'^3 \qquad (11)$$

とすることができるだろう．