

§ 4. 恒星の不透明度 Stellar opacity

前節で述べたことにより、輻射平衡条件における温度傾斜を与える式(3.3), (3.5)を用いるには、前以て恒星内部における不透明度 opacity の知識が必要である。

以前の推定から、恒星内部では大抵 $T = 10^6 \sim 2 \times 10^6$ K の範囲の温度を問題にすることを知った。この温度範囲に対するプランク Planck 曲線の（振動数 ν に対する）極大は $51.0 \sim 2.55 \text{ \AA}$ の間で変わる。従って恒星内部で扱うべき輻射の性質は軟 X 線ないしやや硬 X 線のものである。また殆どの元素は高度に電離し、多くて M 殻に数個の束縛電子を残すだけである。従って扱う恒星の内部は、M 殻まで電離してしまったイオンによる X 線の吸収・放出の機構である。実験室での X 線の実験から次のようなことがわかっている。X 線領域での吸収の主な機構は

1. 原子核に束縛されている電子の光電電離（束縛—自由遷移）
2. 帯電したイオンや原子核の静電場での自由電子の加速（自由—自由遷移）
3. 自由電子によるトムソン—コムトン Thomson-Compton 散乱

である。これらの 3 機構の中、(1)が最も重要だが、(3)も他の吸収機構が有効でなくなった場合には無視できない機構となる。

先ず光電子の脱出による吸収過程(1)を考えると、これは電離ポテンシャルより大きいエネルギーの光量子に対してだけ有効である。従って電離ポテンシャルを $\chi^{(n)}$ で表わせば、この原子の光電電離による吸収は、振動数

$$\nu \geq \chi^{(n)}/h \quad (1)$$

に対してのみ可能である。量子論によれば、この極限より大きい振動数に対する吸収係数はほぼ近似的に ν^{-3} で減少する。特に核荷電 Ze の主量子数 n の状態にある電子を持つ原子は、振動数りの輻射束から輻射エネルギーを

$$\alpha_0(\nu; Z, n) = (64\pi^4/3 \cdot 3^{1/2})(Z^4 m e^{10}/ch^6)(1/n^5)(1/\nu^3) \quad (\nu \geq \nu_n = \chi^{(n)}/h) \quad (2)$$

の割合で吸収することが理論的に予想される。これに更に自由-自由遷移、即ち荷電 Ze のクーロン **Coulomb** 場における自由電子の加速によって生ずる吸収 (2) を加えなければならない。これは 1 cm^3 当たりの自由電子の数 N_e とその速度分布によって決まる。速度分布が温度 T のマクスウェル **Haxwell** 分布で与えられると仮定すれば

$$\alpha_0(\nu; Z, \infty) = (16\pi^2/3 \cdot 3^{1/2})\{Z^2 e^6/hc(2\pi m)^{3/2}\}\{N_e/(kT)^{1/2}\}(1/\nu^3) \quad (3)$$

を得る。

任意に与えられた組成、ある温度・電子圧の値に対して、吸収係数 κ_ν の計算は原理的には簡単である。先ず与えられた温度・電子圧を用いて統計力学 (サハ **Saha** の公式、ボルツマン **Boltzman** の公式) によって、与えられた原子の種々の電離状態・励起状態の分布を決定する。種々の異なる原子の電離ポテンシャルを大きいものから順に (各電離状態について適当に幾つかの励起状態を考慮して) 並べ、(2), (3)式によって吸収係数 κ_ν を

$$\kappa_\nu = D/\nu^3 \quad (4)$$

の形で表わせる。ここで D は階段関数 **step function** で、1 つの吸収端を過ぎると常に不連続に増加し、2 つの相次ぐ吸収端の間では一定である。即ち

$$D(\nu) = D(\nu_i, \nu_{i+1}) = \text{const.} \quad (\nu_i < \nu < \nu_{i+1}) \quad (5)$$

これに対応するロスランド **Rosseland** の平均吸収は(3.5)により

$$1/\kappa = [\sum_i \{A_1 \times A_2\}]/A_3 \quad (6)$$

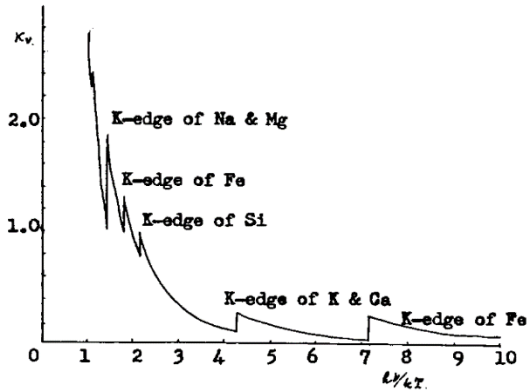
但し

$$A_1 = \{1/D(v_i \cdot v_{i+1})\}$$

$$A_2 = \int_{v_i}^{v_{i+1}} [v^3 / \{1 - \exp(-hv/kT)\}] (dB_v/dT) dv$$

$$A_3 = \int_0^\infty (dB_v/dT) dv$$

で与えられる。この方法で種々な元素組成に対する吸収係数がストロームグレン B. Stroemgren, P. H. Morse, Marjorie H. Harrison 等によって計算されている。しかし、それらの計算結果を示す前に、結果がどの程度に仮定された化学組成に依存し敏感であるかを調べる。



先ず水素 H およびヘリウム He はそれほど不透明度に関係しない。それは、恒星内部の温度でそれらは陽子および α 粒子の形になっており、自由-自由遷移でしか吸収に参加できないからであり、また吸収係数が Z^2 に比例するからである。束縛-自由遷移の可能性がある場合には、自由-自由遷移はそれに比べて常に非常に小さいのである。

第二に、ある特定の元素による吸収を考える時、これから起ころうとする電離状態・励起状態のみが最も有効である。言い換えれば電離ポテンシャルがドミナント・ポテンシャル Dominant potential ψ に近いような原子・イオンだけを扱うことになる。従って ψ がその元素の最後の K 殻電離ポテンシャルよりずつ

と大きければ、この元素はもはや吸収には与らない。

さて任意の Dominant potential ψ に対して、異なる元素は異なる準位にまで電離するが、生じたイオンの更に次の電離ポテンシャルは、どの元素についてもほぼ同じであり、従って種々の元素の有効荷電もほぼ同じである。もしある特定の元素が ψ より相当小さい K 殻電離ポテンシャルを持っているとすれば、即ちエディントン Eddington の言葉を借りれば、《最後のギロチン guillotine》がその元素に落ちてしまえば、この規則には例外が起こる。従って任意の温度・密度における平均吸収係数は主として $\kappa^{(K)} \sim \psi$ である元素の相対量に敏感である。温度 $2 \times 10^7 \text{K}$ 程度では、比較的相対量の多い元素の中で最後の電離ポテンシャルが 871.39 eV である酸素だけが、ギロチンの落ちつつある厄介な状態にある。従って水素とヘリウムを除けば、特に相対量を知らねばならない元素は酸素だけである。問題にしている温度領域では、他の重元素の相対量は不透明度計算に全く入ってこないと言える。やがてわかるように、詳しい計算をしてみれば、これがわかる。大抵の計算では重元素の相対量としてラッセル混合 Russell-mixture を便宜的に採用する。それは重量比で

$$\text{Fe: Ca + K: Si: Na + Mg: O} = 0.125: 0.0625: 0.0625: 0.25: 0.5$$

の割合である。上記の注意によって、もっと低い温度ではそれほど問題にはならないのに、 $2 \times 10^7 \text{K}$ 程度の温度では、得られる不透明度が仮定する酸素の相対量に敏感であろうということがわかる。

さて、詳細な計算の結果を示す。今まで発表された中で最も精密なのは Morse のものである。Morse は Rosseland 平均吸収に対する最後の公式を次の形で書いている:

$$\kappa = 7.23 \times 10^{24} [\sum_{Z>2} (x_z Z^2 / A_z)] (1 + X)(1 - X - Y) (\rho / \tau T^{3.5}) \quad (7)$$

ここで、 x_z は原子番号 Z 、原子量 A_z の元素の重量による相対量、 X 、 Y はそれぞれ水素とヘリウムの相対量、 τ は ρ 、 T および厳密に言えば仮定した化学組

成によって決まる因子である。τ は時にギロチン因子 **Guillotine factor** と呼ばれる。Morse と Harrison は種々の温度、密度、および幾つかの混合比に対してギロチン因子 τ を表にしている。

(7)式における(1 + X)と(1 - X - Y)の因子は、κ が電子密度 N_e に比例し N_e がまた(1 + X)に比例するということ(2.17), および不透明度に水素とヘリウムが関係しない、即ち(1 - X - Y)に比例することによって入ってきている。

種々の温度・密度に対して、またラッセル混合および

$$\text{Fe: Ca + K: Si: Na + Mg: O} = 0.3: 0.05: 0.05: 0.2: 0.4$$

という混合に対して、Morse が得たτ の値が表 14.5, 表 14.6 に与えてあり、図 14.3, 図 14.4 に示してある。

表 14.5, 表 14.6 のデータを見れば、酸素を多く持っているラッセル混合では比較的高温に対しては一様にτ が大きい(即ちκ が小さい)が、比較的低温($T \sim 10^6$ K)では系統的な相異がないという特徴がわかる。

太陽に対して得られる範囲の温度・密度ではMorse の結果から、ギロチン因子 τ が $\rho^{0.25}$ に比例して変わることがわかり、十分な精度で

$$\kappa = 10^{25}(1 + X)(1 - X - Y)\rho^{0.75}T^{-3.5} \quad (8)$$

と書くことができる。これはSchwarschild の得た近似である。

3×10^7 K以上の温度に対しては、光電電離による不透明度は非常に急激に減少し、吸収の主要な機構としては電子散乱だけが残る。われわれは実際硬γ線領域を扱うわけではないから、この過程に対して波長に無関係なトムソン Thomson 散乱係数、即ち1自由電子当たり

$$\sigma_e = 8\pi e^4/3m^2c^4 \quad (9)$$

を用いることができる。これに対応する不透明度係数は

$$\kappa = 0.20(1 + X)$$

(10)

であり、これが(1 + X)に比例するのは、 κ が電子密度 N_e に比例することによる。(2.17)式を参照せよ。

TABLE 14.5. VALUES OF THE LOGARITHM OF THE GUILLOTINE FACTOR $\log_{10} \tau$ FOR THE RUSSELL MIXTURE
 $(c(Fe) = 0.125, c(K, Ca) = c(Si) = 0.0625, c(Na, Mg) = 0.25, c(O) = 0.5)$

log T	$\log \rho(1 + X)$												
	-2.0	-1.5	-1.0	-0.5	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
5.6	0.10	0.28	0.56	0.88	1.23	1.62	2.02	2.46	2.92	3.43	3.98	4.55	5.14
5.7	0.09	0.17	0.44	0.76	1.09	1.48	1.90	2.34	2.80	3.30	3.83	4.41	5.00
5.8	0.13	0.17	0.36	0.67	1.01	1.38	1.78	2.21	2.66	3.16	3.69	4.27	4.86
5.9	0.23	0.27	0.38	0.65	0.98	1.30	1.68	2.09	2.54	3.03	3.56	4.13	4.72
6.0	0.32	0.35	0.42	0.63	0.92	1.22	1.58	1.98	2.41	2.90	3.42	4.00	4.58
6.1	0.27	0.30	0.35	0.55	0.81	1.12	1.47	1.85	2.27	2.76	3.28	3.86	4.44
6.2	0.21	0.23	0.28	0.45	0.69	0.98	1.32	1.71	2.13	2.61	3.14	3.72	4.30
6.3	0.20	0.22	0.26	0.37	0.56	0.84	1.18	1.57	2.00	2.47	3.00	3.58	4.16
6.4	0.17	0.19	0.22	0.28	0.42	0.70	1.04	1.43	1.85	2.33	2.86	3.44	4.02
6.5	0.11	0.13	0.15	0.20	0.32	0.58	0.92	1.28	1.71	2.19	2.72	3.30	3.88
6.6	0.10	0.12	0.14	0.19	0.28	0.50	0.81	1.17	1.58	2.05	2.58	3.16	3.74
6.7	0.13	0.15	0.17	0.21	0.28	0.45	0.72	1.07	1.47	1.92	2.44	3.02	3.60
6.8	0.22	0.23	0.25	0.27	0.33	0.47	0.70	1.01	1.38	1.82	2.32	2.88	3.46
6.9	0.31	0.32	0.34	0.37	0.43	0.53	0.72	0.99	1.32	1.73	2.21	2.75	3.32
7.0	0.41	0.42	0.45	0.49	0.54	0.62	0.77	1.00	1.30	1.67	2.11	2.63	3.19
7.1	0.49	0.50	0.52	0.54	0.58	0.65	0.77	0.98	1.25	1.61	2.02	2.52	3.07
7.2	0.56	0.56	0.57	0.58	0.60	0.64	0.73	0.92	1.18	1.52	1.93	2.42	2.95
7.3	0.63	0.63	0.64	0.65	0.67	0.69	0.74	0.87	1.06	1.41	1.83	2.32	2.84
7.4	0.75	0.75	0.75	0.76	0.77	0.79	0.83	0.91	1.05	1.36	1.76	2.25	2.74
7.5	0.90	0.90	0.90	0.91	0.93	0.95	0.98	1.04	1.16	1.40	1.75	2.19	2.66
7.6	1.10	1.10	1.10	1.10	1.11	1.13	1.16	1.21	1.31	1.53	1.82	2.19	2.61
7.7	1.33	1.33	1.33	1.33	1.34	1.36	1.38	1.42	1.52	1.69	1.93	2.23	2.58
7.8	1.59	1.59	1.59	1.59	1.59	1.60	1.62	1.66	1.73	1.86	2.04	2.29	2.58
7.9	1.81	1.81	1.81	1.81	1.81	1.82	1.83	1.85	1.90	2.00	2.14	2.35	2.69
8.0	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.01	2.03	2.06	2.12	2.24	2.41	2.62
8.1	2.14	2.14	2.14	2.14	2.14	2.14	2.14	2.16	2.18	2.23	2.33	2.46	2.65
8.2	2.27	2.27	2.27	2.27	2.27	2.27	2.27	2.28	2.29	2.34	2.41	2.52	2.68
8.3	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.37	2.41	2.47	2.56	2.71	
8.4	2.44	2.44	2.44	2.44	2.44	2.44	2.44	2.45	2.47	2.52	2.60	2.74	

TABLE 14.6. VALUES OF THE LOGARITHM OF THE GUILLOTINE FACTOR $\log_{10} \tau$
 $[c(Fe) = 0.3, c(K, Ca) = c(Si) = 0.05, c(Na, Mg) = 0.2, c(O) = 0.4]$

log T	$\log \rho(1 + X)$												
	-2.0	-1.5	-1.0	-0.5	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
5.6	0.13	0.31	0.59	0.91	1.25	1.64	2.03	2.46	2.92	3.43	3.97	4.55	5.14
5.7	0.09	0.18	0.45	0.77	1.11	1.50	1.91	2.33	2.79	3.29	3.83	4.41	5.00
5.8	0.09	0.13	0.36	0.68	1.03	1.40	1.79	2.21	2.66	3.16	3.69	4.27	4.86
5.9	0.20	0.24	0.41	0.67	0.99	1.32	1.69	2.10	2.53	3.03	3.55	4.13	4.72
6.0	0.36	0.40	0.48	0.69	0.97	1.26	1.61	1.99	2.41	2.90	3.42	4.00	4.58
6.1	0.35	0.38	0.45	0.66	0.93	1.19	1.52	1.87	2.28	2.76	3.28	3.86	4.44
6.2	0.26	0.29	0.36	0.55	0.81	1.09	1.41	1.76	2.15	2.62	3.14	3.72	4.30
6.3	0.16	0.19	0.25	0.40	0.63	0.94	1.28	1.64	2.03	2.48	3.00	3.58	4.16
6.4	0.07	0.10	0.15	0.25	0.45	0.77	1.12	1.50	1.90	2.35	2.87	3.44	4.02
6.5	0.01	0.02	0.05	0.14	0.30	0.61	0.96	1.36	1.76	2.22	2.74	3.30	3.88
6.6	0.02	0.02	0.04	0.10	0.23	0.48	0.82	1.21	1.63	2.08	2.59	3.16	3.74
6.7	0.12	0.12	0.13	0.15	0.24	0.41	0.72	1.09	1.51	1.95	2.46	3.02	3.60
6.8	0.24	0.24	0.24	0.25	0.30	0.44	0.69	1.03	1.41	1.84	2.32	2.88	3.46
6.9	0.35	0.36	0.38	0.40	0.43	0.52	0.71	1.01	1.33	1.74	2.21	2.76	3.33
7.0	0.44	0.45	0.48	0.51	0.55	0.62	0.77	1.00	1.29	1.66	2.10	2.63	3.19
7.1	0.50	0.52	0.55	0.58	0.62	0.69	0.80	0.99	1.24	1.56	1.97	2.49	3.06
7.2	0.54	0.56	0.59	0.63	0.66	0.70	0.77	0.93	1.15	1.44	1.84	2.36	2.93
7.3	0.61	0.62	0.64	0.66	0.68	0.69	0.71	0.82	1.00	1.30	1.72	2.23	2.79
7.4	0.74	0.73	0.72	0.71	0.70	0.69	0.67	0.72	0.85	1.17	1.60	2.12	2.67
7.5	0.90	0.86	0.82	0.78	0.75	0.71	0.71	0.75	0.89	1.16	1.56	2.04	2.57
7.6	1.07	1.03	0.98	0.92	0.88	0.86	0.88	0.93	1.05	1.30	1.62	2.03	2.50
7.7	1.30	1.27	1.24	1.20	1.16	1.14	1.14	1.18	1.29	1.50	1.74	2.07	2.46
7.8	1.52	1.51	1.49	1.46	1.43	1.41	1.40	1.44	1.51	1.66	1.86	2.13	2.46
7.9	1.73	1.71	1.71	1.70	1.69	1.67	1.67	1.69	1.73	1.82	1.98	2.20	2.48
8.0	1.90	1.90	1.90	1.90	1.89	1.87	1.87	1.88	1.90	1.96	2.09	2.28	2.51
8.1	2.04	2.04	2.04	2.04	2.03	2.03	2.02	2.03	2.05	2.10	2.20	2.35	2.55
8.2	2.15	2.15	2.15	2.15	2.15	2.14	2.13	2.14	2.16	2.21	2.29	2.41	2.59
8.3	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.23	2.23	2.24	2.25	2.28	2.36	2.47	2.63
8.4	2.32	2.32	2.32	2.32	2.32	2.32	2.32	2.34	2.35	2.36	2.42	2.51	2.66

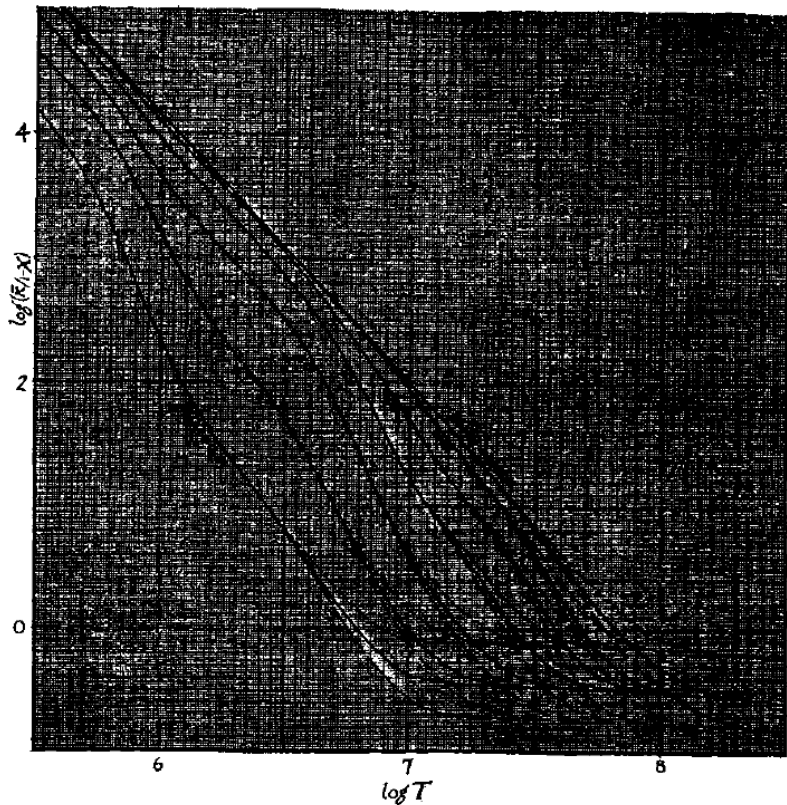


FIG. 14.3. Average opacity $\bar{\kappa}$ for the Russell mixture diluted with hydrogen, as a function of temperature for different densities. The dotted lines are for the mixture diluted with 60 per cent hydrogen; the solid line, for $X = 0.30$; the dashed line, for no hydrogen.

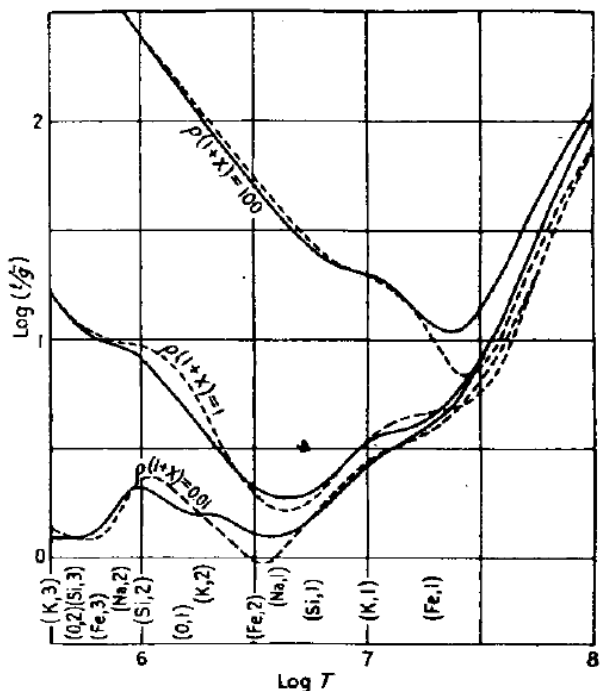


FIG. 14.4. Values of the guillotine factor t as function of T for three different values of ξ , and for two different mixtures of heavy elements. The solid line is for the Russell mixture (Table 14.5); and the dotted line for the case in Table 14.6. Below the curves the different bound states are noted at the temperatures where the absorption due to this state is the most important part of the opacity.