

Chapt. 2. 恒星のエネルギー源

§ 6. 太陽のタイム・スケール

前節で、主系列にある恒星の内部の温度および密度はそれぞれ 2×10^7 K および 100 g/cm^3 程度に違いがないことを知った。次の問題は、このような条件で如何なる物理過程が起こり得るか、また観測されるエネルギー生成率を説明し得るかということである。太陽では平均のエネルギー生成は $2 \text{ erg/gm} \cdot \text{sec}$ であるが、点源モデルの仮定に基づいて全エネルギーは対流核で遊離されねばならないから $1.5 \times 10^7 \text{ K} \sim 2 \times 10^7 \text{ K}$ の温度範囲では平均 $20 \sim 100 \text{ erg/gm} \cdot \text{sec}$ の割合でエネルギーが生成される過程が必要である。これらの過程の性質を詳しく決める前に、先ず問題の一般的な提起を述べることは興味がある。

人類の活動に果たしている太陽エネルギーの中心的役割と言う観点に立てば、知恵のある人間が非常に古くからこのエネルギー源に関心を抱いたことは当然のことである。実際、全ての国や国民の神話の中には、この問題に対する空想的な記録がある。しかしながら、物理学の知識に基づいた仮定が推進されるようになったのは、僅かに前世紀以来のことである。そして、これらの初期の試みの中で最も重要なものは、Helmholtz & Kelvin の《収縮仮説》Contraction hypothesis である。この仮説によれば、太陽エネルギーは太陽自身の緩やかな収縮によって生成される。収縮とは物質が中心に向かって接近あるいは落下することだから、重力のポテンシャル・エネルギーのある量が遊離され、熱として利用されることになる。Helmholtz & Kelvin の仮説に基づいて、当時はそれ以外にこのように大きいエネルギー源が知られていなかったため、これが太陽放射の源であると想像された。しかしながら、このエネルギー供給は無限に続く訳にはいかない。そして収縮仮説によれば、太陽の“誕生”は 5×10^7 年より以前ではないことになる。収縮仮説に基づくこの太陽《年令》の推定は次のようにして得られる。

ポテンシャル・エネルギー Ω は、無限に《拡がっている》物質を一定の分布に持ってくのに（系に対して）なされる仕事として定義されるから、物質の球対称分布に対してポテンシャル・エネルギーは

$$\Omega = -G \int_0^M M(r) dM(r)/r \quad (1)$$

が得られる。

さて温度 T における理想気体の内部（熱）エネルギーは1 gm当たり $C_V T$ である。ただし C_V は定積比熱である。従って恒星の内部熱エネルギーは

$$\begin{aligned} U &= C_V \int_0^M T dM(r) = \{1/(\gamma - 1)\}(k/\mu H) \int_0^M T dM(r) \\ &= \{1/(\gamma - 1)\}(k/\mu H) M \bar{T} \end{aligned} \quad (2)$$

で与えられる。ここで γ は比熱の比 (C_p/C_V) であり、 \bar{T} は平均温度である。（矢張り輻射圧は無視している）。

(1.11)で得られた \bar{T} の式と(1)の Ω の式を比較すれば

$$M \bar{T} = -(1/3)(\mu H/k) \Omega \quad (3)$$

を得る。これを(2)式に代入すれば

$$U = -\{1/3(\gamma - 1)\} \Omega \quad (4)$$

従って全エネルギー（内部エネルギーとポテンシャル・エネルギーの和）は

$$E = U + \Omega = \{(3\gamma - 4)/3(\gamma - 1)\} \Omega \quad (5)$$

(4), (5)式は A. Ritter と J. Perry によって独立に得られた式である。そしてこれは重力平衡にある恒星に対して全エネルギー E とポテンシャル・エネルギー Ω との間の関係である。(5)式は輻射圧が気体圧に比べて無視できる場合にのみ当てはまる。重要な単原子気体 Monatomic gas, $\gamma = 5/3$ に対して

$$E = (1/2) \Omega \quad (6)$$

を得る. また元 dimension の考察から, 恒星の密度分布に依存する数値定数 q を用い

$$\Omega = -q(GM^2/R) \quad (7)$$

と書くことができる. 先に考えた点源モデルに対しては $q \sim 1.5$ であって

$$E \sim -0.75(GM^2/R) \quad (8)$$

と書くことができるだろう. もしその恒星がある一定の速度で一様に収縮すると仮定すれば, エネルギーは

$$-dE/dt = -0.75(GM^2/R^2)(dR/dt) \quad (9)$$

の割合で遊離されるだろう. 収縮仮設によればこれが恒星の光度に等しく

$$L = -0.75(GM^2/R^2)(dR/dt) \quad (10)$$

逆に, 観測光度 L は, この仮設によれば, 収縮速度が

$$(1/R)(dR/dt) = -(4/3)(L/GM^2) \quad (11)$$

で与えられることを示している. 太陽の L , R , M の値を代入すれば

$$(1/R)(dR/dt) = -4 \times 10^{-8} \text{ year}^{-1} \quad (12)$$

を得る. この収縮速度では, 太陽は 2.5×10^7 年の間には半径が $1/e$ になって, すっかり様変わりしてしまうに違いない. 同様に 2.5×10^7 年以前には, 太陽は現在と非常に違っていたと想像せざるを得ない. これが Helmholtz-Kelvin の 5×10^7 年というタイム・スケールの根拠である.

さて収縮仮設によれば避けられない結論、即ち太陽が 10^8 年昔には非常に違っていたという結論は地質学的証拠、特にウラニウム-鉛の観測比から得られる岩石や鉱物の年齢の決定によるものと矛盾する。従って、収縮仮設は太陽エネルギー、従ってまた主系列星のエネルギー源としては放棄せざるを得ない。しかしながら、Helmholtz-Kelvin が想像したような恒星の収縮は、恒星進化のある時期に重要な役割を果たしていることは、なお可能である。

ここで述べた収縮説の議論によれば、次のようなことが判る。恒星のエネルギー源を探す場合に、現在観測されるエネルギー生成率を説明する物理機構であるだけでなく、その供給が十分長い期間継続し得るという要求も考えねばならない。このようにして太陽の場合、求める機構は現在の割合で、エネルギーを少なくとも 2×10^9 年（これは地球で発見された最も古い鉱物の年齢である）程度の期間供給しなければならぬ。言い換えれば恒星のエネルギーの問題は Jeans も言ったように《強度の問題だけでなく、また期間の問題でもある》。

さて太陽程度の恒星に対して 3×10^9 年程度のタイム・スケールを認めるようなエネルギー源は水素からヘリウムへの変換である。 $0 = 16$ として水素の質量は 1.00813 であり、ヘリウム原子の質量は 4.00389 である。その結果、4 個の水素原子が 1 個のヘリウム原子に変換すれば

$$1.00813 \times 4 - 4.00389 = 0.02862 \quad (13)$$

の質量に対応するエネルギーが遊離されるだろう。言い換えれば、1 gm の水素は $0.02862 / (1.00813 \times 4) \sim 0.00071$ gm に相当するエネルギー、即ち

$$0.0071 \times c^2 = 6.4 \times 10^{18} \text{ erg} \quad (14)$$

を遊離するだろう。もしこの変換が太陽質量の約10%を含む対流核だけで起こるとすれば、太陽光度を説明するためには核の物質1 gm 当たり約 20 erg/sec を遊離しなければならぬ。もし更に水素の相対量が重さで50%であると考えると、対流核の中には

$$(1/20) \times (1/2) \times 6.4 \times 10^{18} \text{ sec} = 4.5 \times 10^9 \text{ year} \quad (15)$$

を維持するに十分な水素があることになる。このような考えによれば、水素のヘリウムへの変換は要求される長期間継続し得るエネルギー源を提供する。しかしながら、安全度にそれ程の余裕がないことに注意しなければならない。他方、もし恒星の進化の期間中に内部の物質が十分よく攪拌されていると仮定すれば、約 10 倍長いタイム・スケール、即ち 3×10^{10} 年を得ることになる。しかし物質は一樣に mix されているだろうか。この問題はまた後ほど考える。

この議論で示唆されることは、恒星の内部で示された条件で、何か原子核反応が起こり得るだろうかということである。